



hydra

hydraulics with QGIS



MANUEL D'ANALYSE POLLUTION ET QUALITE



HYDRA SOFTWARE

www.hydra-software.net

contact@hydra-software.net

Version 2 – 26/12/2018

SOMMAIRE

1	DEFINITION	5
2	PRODUCTION ET TRANSPORT DE POLLUTION DANS LES RESEAUX.....	7
2.1	INTRODUCTION	7
2.2	MODELISATION DES PHENOMENES DE PRODUCTION ET DE ROUTAGE DANS LE RESEAU SECONDAIRE	7
2.2.1	<i>Approche retenue.....</i>	7
2.2.2	<i>Calcul d'une concentration variable au cours de l'événement.....</i>	8
2.3	MODELISATION DU TRANSPORT DNS LE RESEAU HYDRAULIQUE.....	16
2.3.1	<i>Tronçon de collecteur.....</i>	16
2.3.2	<i>Singularité en ligne.....</i>	16
2.3.3	<i>Maillage/dérivation.....</i>	16
2.3.4	<i>Confluence.....</i>	17
2.3.5	<i>Bassin de stockage.....</i>	17
3	EVOLUTION DE LA QUALITE DU MILIEU RECEPTEUR	18
3.1	FORMULATION DE BASE	18
3.1.1	<i>Modélisation filaire.....</i>	18
3.1.2	<i>Modélisation bidimensionnelle.....</i>	18
3.2	EQUATIONS D'AUTO-EPURATION	19
3.2.1	<i>Equations le long d'un tronçon courant ou dans une maille.....</i>	19
3.2.2	<i>Prise en compte de la température.....</i>	20
3.2.3	<i>Précisions concernant la DBO5.....</i>	20
3.2.4	<i>Réoxygénation avec un barrage.....</i>	21
3.2.5	<i>Rejet de NH₄.....</i>	22
3.2.6	<i>Récapitulation des données à renseigner pour résoudre les équations d'autoépuration.....</i>	22
3.3	EQUATIONS POUR LES AUTRES PARAMETRES	23
3.3.1	<i>Matières en suspension.....</i>	23
3.3.2	<i>Paramètre additionnel.....</i>	23
4	METHODE GENERALE DE RESOLUTION	24
4.1	DISCRETISATION DES EQUATIONS : DOMAINE SURFACIQUE.....	25
4.1.1	<i>Réécriture des équations de bilan.....</i>	25
4.1.2	<i>Equation de convection.....</i>	26
4.1.3	<i>Equation de diffusion.....</i>	26
4.1.4	<i>Équations de réaction chimique.....</i>	27
4.2	DISCRETISATION DES EQUATIONS : DOMAINE FIALIRE	27
4.3	FORMATION D'UN SYSTEME MATRICIEL GLOBAL ET RESOLUTION	27
4.3.1	<i>ettape 1 : convection.....</i>	27
4.3.2	<i>Etape 2 : diffusion - dispersion.....</i>	28
4.3.3	<i>Etape 3 : réaction chimique.....</i>	28
4.3.4	<i>Conditions initiales.....</i>	29
4.4	PERFORMANCES DE LA METHODE UTILISEE	29



Immeuble Central Seine
42-52 quai de la Rapée
75582 Paris Cedex 12
Email : hydra@hydra.setec.fr
T : 01 82 51 64 02
F : 01 82 51 41 39

Directeur d'affaire : LPT
N°affaire :

Version	Date	Etabli par	Vérfié par	Nb pages	Observations / Visa
1	08/08/2017	LPT			
2	26/12/2018	LPT			

1 DEFINITION

Le module « pollution et qualité » a pour objet le calcul de production et de transport des substances polluantes dans un réseau d'assainissement et de leur impact dans le milieu récepteur après rejet.

Les hypothèses de comportement des substances polluantes et les paramètres de qualité considérés sont différents suivant que l'on s'intéresse au réseau d'assainissement ou au cours d'eau :

- Le réseau concentre les apports polluants, les véhicule et les rejette dans le milieu récepteur en fonction des flux hydrauliques et en tenant compte des lois d'abattement de pollution dans les ouvrages de stockage-dépollution. Les mécanismes de transport sont dominés par la convection hydraulique.
- Le milieu récepteur diffuse et transforme les substances polluantes rejetées par les riverains selon trois mécanismes concomitants :
 - le transport par convection, à la vitesse locale de l'écoulement,
 - le transport par diffusion turbulente et dispersion, se traduisant par un étalement du nuage polluant dans les deux directions : longitudinale et transversale,
 - les réactions physico-chimiques contrôlant l'évolution spatio-temporelle de l'oxygène dissous dans le cours d'eau après rejet.

Ces mécanismes de production, de transport et d'advection-dispersion sont fortement couplés à l'hydrologie et à l'hydraulique. Ils sont traités par HYDRA dans la même boucle de simulation, à savoir que tous les calculs d'évolution sont effectués à chaque pas de temps sur la globalité du système modélisé, en distinguant quatre étapes :

1. étape de calcul hydraulique
2. étape de calcul de transport par convection
3. étape de calcul de transport par diffusion
4. étape de calcul de transformation par réaction physico-chimique.

Cette procédure confère une grande généralité aux calculs et permet notamment de tenir compte précisément :

- des inversions de flux dans les réseaux d'assainissement,
- des phénomènes de mélange initial des effluents avec le milieu récepteur,
- des phénomènes bidimensionnels dans l'évolution des nuages polluants.

Le chapitre 2 décrit les lois des comportements sélectionnés pour modéliser la production et le transport de la pollution dans les réseaux.

Le chapitre 3 décrit la formulation retenue pour calculer l'évolution de la qualité dans le milieu récepteur.

Le chapitre 4 présente la méthode générale de résolution des équations de transport et d'évolution adoptée dans HYDRA.

2 PRODUCTION ET TRANSPORT DE POLLUTION DANS LES RESEAUX

2.1 INTRODUCTION

La modélisation de la production et du transport des polluants dans les réseaux d'assainissement est moins bien maîtrisée que celle de la production et du transfert des flux hydrauliques : les mesures de qualité effectuées en réseaux présentent une grande variabilité et les calages des modèles de pollution ne sont généralement valables que dans la plage de valeurs pour lesquelles on dispose de mesures validées.

On dispose en général, de peu de données expérimentales : il est donc illusoire de fonder les équations de production et de transport sur des formulations sophistiquées, reposant sur un nombre élevé de paramètres de calage, car on est incapable la plupart du temps de sélectionner des valeurs adéquates pour ces paramètres.

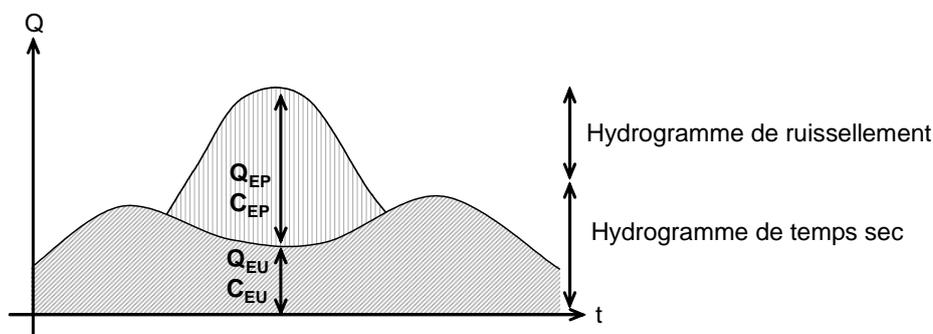
Pour ces raisons, la formulation adaptée dans HYDRA est volontairement simplifiée et repose sur un nombre limité de paramètres de calage globaux, permettant d'obtenir les bons ordres de grandeur sur une moyenne d'événements pluvieux, au risque d'engendrer les écarts significatifs d'un épisode pluvieux à l'autre. Cette formulation a été adoptée sur la base de nombreuses études diagnostiques réalisées par Hydratec sur des réseaux très diversifiés selon leur taille (quelques hectares, à plusieurs milliers d'hectares), leur nature (pluvial strict, unitaire, mixte) ou leur topographie.

2.2 MODELISATION DES PHENOMENES DE PRODUCTION ET DE ROUTAGE DANS LE RESEAU SECONDAIRE

2.2.1 Approche retenue

L'hydrogramme d'apport associé à un point d'injection dans le réseau hydraulique, est formé par la superposition :

- d'un hydrogramme de temps sec, moyen ou variable selon l'heure de la journée,
- d'un hydrogramme ruisselé, défini comme un hydrogramme externe ou résultant d'un calcul de production pluie-débit le long d'un sous réseau hydrologique (cf. chapitre 2 – dossier d'analyse B)



- On associe à l'hydrogramme de temps sec, une concentration C_{EU} constante d'un paramètre de pollution donnée.
- Pour l'hydrogramme ruisselé, deux options sont possibles :
 - définition d'une concentration constante C_{EP} ,
 - calcul d'une concentration variable au cours du temps $C_{EP}(t)$, résultant d'un calcul de production sur chaque bassin versant élémentaire et d'un calcul de routage le long du sous réseau hydrologique aboutissant au point d'injection

Dans tous les cas, la concentration « C » associée au débit « Q(t) » est calculée par l'expression :

$$C(t) (Q_{EU} + Q_{EP}) = C_{EU} \cdot Q_{EU} + C_{EP}(t) \cdot Q_{EP}$$

Le choix de la formulation pour le calcul de la concentration C_{EP} doit être guidé par plusieurs considérations :

- si l'on ne dispose que de l'hydrogramme ruisselé et non du sous modèle d'apport, on ne peut que définir une valeur moyenne de concentration C_{EP} ;
- si l'on dispose du sous modèle d'apport, le calcul d'une concentration variable au cours de l'événement est justifié dans le cas d'un réseau à dominante pluviale. Pour un réseau unitaire ou eaux usées peu sélectif, il est préférable de retenir la formulation simplifiée.

2.2.2 Calcul d'une concentration variable au cours de l'événement

2.2.2.1 Schématisation du sous réseau d'apport

Il est rappelé que le calcul ci-après ne concerne que les apports de ruissellement. Le sous réseau hydrologique est celui décrit dans le dossier d'analyse hydrologique. C'est une arborescence constituée :

- de bassins versants élémentaires,
- de collecteurs de routage,
- d'ouvrages de dérivation simples, sans effet aval. Les opérations effectuées sur chaque bassin pour obtenir le pollutogramme F_i sont dans l'ordre chronologique :
 - le calcul du flux polluant entraîné par la pluie nette sur le bassin BV_i ,
 - le calcul du flux polluant à l'exutoire A_i
 - le routage du pollutogramme le long du réseau secondaire.

2.2.2.2 Méthode de calcul

❖ Calcul du flux polluant généré sur le bassin BV_i

La formulation ci-après, conduisant à l'évaluation de la pollution pluviale véhiculée par le ruissellement, repose sur les hypothèses suivantes :

- ▶ on admet l'existence en début de pluie d'un stock disponible de pollution sur le bassin versant et dans les réseaux tertiaires sous forme de dépôts. Le stock se rapporte à un paramètre donné (DBO, MES, DCO, NTK) et il est quantifié par une masse M_0 .
- ▶ on suppose que le taux d'entraînement de la pollution par le ruissellement à un instant « t » est proportionnel à la masse polluante résiduelle à cet instant.

La masse polluante arrachée par la pluie nette est donnée par l'équation :

$$\frac{dM}{dt} = -\alpha M \quad (22.1)$$

où :

M : masse polluante disponible au transport

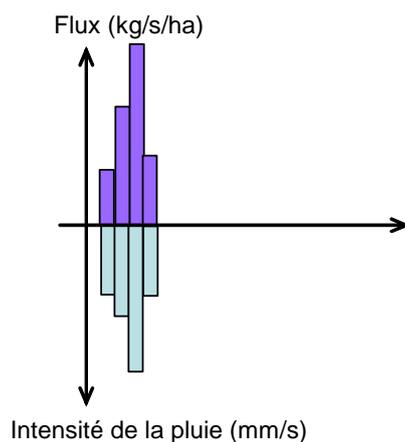
α : Coefficient d'arrachement fonction de l'intensité de la pluie

Des études menées sur des bassins pluviaux en région parisienne ont montré une dépendance de α sur l'intensité pluvieuse i moyennée sur 30 mn, de la forme :

$$\alpha = a \cdot i^b \quad (22.2)$$

a, b sont des constantes de calage, variant selon le réseau considéré.

L'équation (22.1) permet d'obtenir le pollutogramme arraché par la pluie, à partir d'un hyétochrome de la pluie nette.



L'équation (22.1) est discrétisée comme suit :

- flux polluant entraîné au temps t_n :

$$F_n = \alpha(i_n) * M_n \quad (22.3)$$

- stock polluant restant au temps t_{n+1} :

$$M_{n+1} = \frac{M_n}{1 + \alpha \cdot \Delta t} \quad (22.4)$$

Le calcul démarre à l'instant initial avec la donnée du stock disponible M_0 .

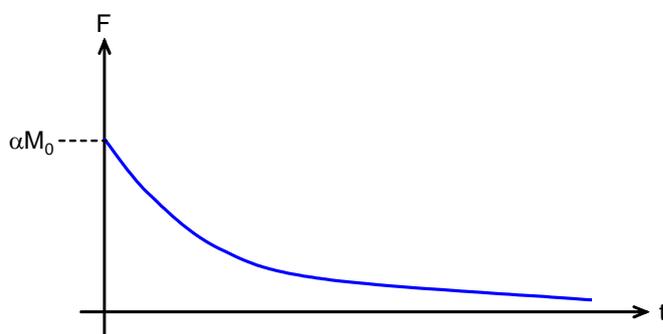
Dans le cas d'une pluie d'intensité constante, l'intégration de l'équation (22.1) donne :

- masse disponible au temps t :

$$M(t) = M_0 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \quad (22.5)$$

- flux polluant arraché au temps t :

$$F = -\frac{dM}{dt} = \alpha \cdot M_0 \cdot e^{-\alpha \cdot t} \quad (22.6)$$



❖ Calcul du flux polluant à l'exutoire de chaque BV élémentaire.

On adopte la formulation du réservoir linéaire pour laquelle on suppose que le flux polluant s'écoule comme le ruissellement :

$$\frac{dF}{dt} = -\frac{1}{K} \cdot F \quad (22.7)$$

❖ Routage le long du réseau secondaire

On applique les mêmes équations que pour le ruissellement, la variable flux se substituant à la variable débit (cf. chapitre 7 du dossier d'analyse B).

2.2.2.3 Evaluation du stock initial de MES

Les estimations tirées de la littérature américaine fournissent les ratios suivants d'apports polluants annuels ramenés à la journée :

- zone résidentielle discontinue : 6 kg/j/ha
- zone résidentielle dense : 25 kg/j/ha
- zone industrielle : 35 kg/j/ha
- zone commerciale : 15 kg/j/ha

Ces estimations recourent assez bien celles établies par la ville de Toulouse :

- zone urbanisée : 758 g/m²/an=21 kg/j/ha
- zone semi-urbaine : 351 g/m²/an=10 kg/j/ha
- autoroute : 549 g/m²/an=15 kg/j/ha

On déduit de ces chiffres, l'estimation suivante du stock moyen de MES disponible en début de chaque pluie, sachant qu'il pleut en moyenne un jour sur quatre en région parisienne, et en supposant que le stock polluant est totalement renouvelé d'une pluie à l'autre :

- zone résidentielle: 40 kg/ha
- zone urbanisée dense : 90 kg/ha
- zone industrielle : 140 kg/ha

La comparaison des charges rejetées en DBO, DCO, MES et NTK à l'exutoire d'ouvrages pluviaux au cours des campagnes de mesures réalisées sur le Fresnes-Choisy (94), sur le ru des Marais (94) et aux Ulis (78) indique les ratios suivants des masses rejetées :

$$\frac{\text{charge DCO}}{\text{charge MES}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{charge DCO}}{\text{charge DBO}} = 5$$

$$\frac{\text{charge NTK}}{\text{charge DBO}} = \frac{1}{5}$$

Dans le cas de réseaux unitaires, Chebbo a pu estimer, moyennant quelques hypothèses, l'augmentation de la pollution annuelle déversée par suite de l'entraînement des dépôts dans les réseaux. Par ailleurs, des mesures et des calculs effectués sur des réseaux bien séparatifs (SIVOA) ont montré qu'une sélectivité médiocre pouvait conduire à une augmentation sensible de ces charges. Il en résulte, en première hypothèse, les facteurs multiplicatifs suivants :

Paramètre	Réseau séparatif peu sélectif	Réseau unitaire
DCO	1.5	3
MES	1.5	2
DBO et NTK	2	2.5

La synthèse de toutes ces données conduit à proposer les valeurs suivantes, qui traduisent le stock moyen de pollution disponible au début de chaque pluie, en agglomérant les bassins versants et les dépôts dans les réseaux :

Tableau 2.1 : Stock moyen de pollution disponible au début de chaque événement pluvieux (en kg/ha imperméabilisé)

Type d'occupation du sol	Réseau pluvial moyennement sélectif/sélectif				Réseau EU ou unitaire			
	MES	DBO	DCO	NTK	MES	DBO	DCO	NTK
Habitat pavillonnaire	40 / 60	4 / 6	20 / 30	0,8 / 1,2	80	10	50	2
Habitat contenu dense	90 / 135	9 / 13	45 / 67	1,8 / 2,6	180	22	135	4,5
Zone d'activités	140 / 210	14 / 21	70 / 105	2,5 / 4	280	35	210	6,2

Ces chiffres sont bien sûr approximatifs. Ils traduisent des tendances moyennes valables à l'échelle d'une année et ne reflètent pas les valeurs élevées de M_0 pouvant être prises suite à des périodes prolongées de temps sec.

2.2.2.4 Modèle d'accumulation

La reconstitution du stock de pollution M_a au cours de la période de temps sec suivant un épisode pluvieux est donnée par l'équation :

$$\frac{dM}{dt} = \frac{M_a - M}{T_s} \quad (22.8)$$

M_a : stock maximum accumulable. On peut en première approximation s'appuyer sur les chiffres du tableau 2.1.

T_s : temps caractéristique de concentration du stock

L'intégration de l'équation (22.8) donne :

$$M = M_a \cdot (1 - e^{-t/T_s}) + M_a \cdot e^{-t/T_s} \quad 22 (9)$$

En première approximation T_s varie entre 4 et 7 jours.

2.2.2.5 Evaluation du coefficient d'arrachement

Le coefficient α a été calé sur la campagne de mesures effectuée par la DSEA à l'exutoire du rû des Marais entre septembre 1992 et avril 1993.

Durant cette période, une dizaine de pluies significatives ont été enregistrées et ont fait l'objet de mesures de débits et de charges en DCO et MES.

Ces mesures fournissent un coefficient de ruissellement de 0,28 pour une surface urbanisée de 1510 ha.

La surface active est donc égale à 423 ha.

Compte tenu du type d'occupation des sols (zone urbanisée à dominante discontinue). On peut estimer d'après le tableau précédent le stock moyen de pollution disponible en début de chaque pluie :

$M_0[\text{DCO}] = 20 \text{ kg/ha}$ imperméabilisé.

Pour chaque pluie le coefficient α est calculé au moyen de l'expression :

$$\alpha(i) = \frac{i}{T_p} \cdot \text{Ln} \left(\frac{M_0 - M}{M_0} \right)$$

on suppose pour α une loi de variation de la forme :

$$\alpha = a \cdot i^b$$

La qualité du calage de cette loi avec les données expérimentales du rû des Marais peut être appréciée visuellement à l'aide du graphe log-log de la page suivante :

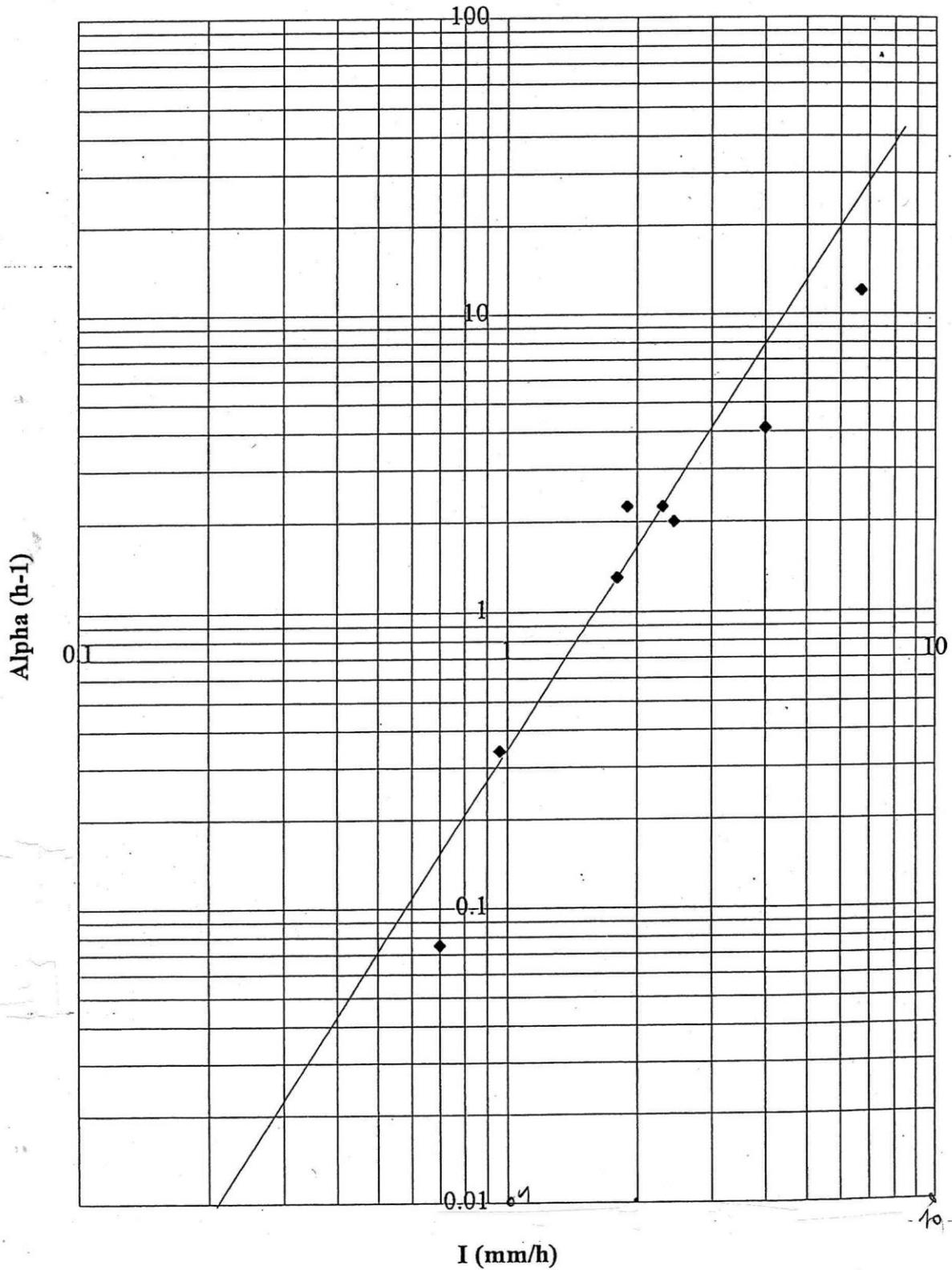
$$b = 1,5$$

$$a = 0,06$$

avec i exprimée en mm/h et α exprimé en hr^{-1} .

On remarque la forte dépendance du coefficient d'arrachement α à l'intensité moyenne de l'événement pluvieux.

Ajustement graphique du coefficient d'arrachement
Alpha – Campagne rû du Marais



Le tableau suivant permet d'évaluer la qualité du calage par comparaison entre les valeurs expérimentales des charges en DCO mesurées pour les pluies significatives enregistrées et les charges calculées à l'aide de la loi de calage obtenue.

<i>Date événement pluvieux</i>	<i>Intensité max moyennée sur 30 mn (mm/h)</i>	<i>Durée pluie (heures)</i>	<i>Charge DCO calculée (kg)</i>	<i>Charge DCO mesurée (kg)</i>
06/10	0,97	4	894	776
10/11	2,3	1,4	2 387	2 240
15/11	0,97	3,5	793	600
02/12	2,45	3,5	5 330	4 386
03/12	4,0	1,4	6 218	4 509
26/02	0,78	4,5	586	1 028
22/03	6,3	0,5	7 100	7 416
01/04	1,8	3,3	2 986	2 992
21/04	1,9	3,7	3 378	3 907

2.3 MODELISATION DU TRANSPORT DNS LE RESEAU HYDRAULIQUE

Le calcul de transport est effectué à chaque pas de temps de calcul, juste après l'étape de calcul d'actualisation des débits et des cotes d'eau.

La formulation dépend de la nature de l'élément : tronçon de collecteur, singularité en ligne, maillage (dérivation), ouvrage de stockage.

2.3.1 Tronçon de collecteur

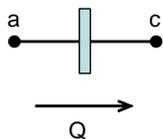
On applique l'équation de continuité du polluant en suspension :

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\partial C}{\partial t} + u_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (2.3.1)$$

L'équation (23.1) traduit le fait que les substances polluantes sont transportées dans la direction et à la vitesse de l'écoulement, sans dépôt ni entraînement de matière. La modélisation de ces derniers mécanismes n'est pas retenue dans HYDRA car elle met en œuvre de nombreux paramètres qui ne peuvent être calés que par des campagnes de mesures lourdes et spécifiques sur le réseau étudié. Cette difficulté est en partie contournée en intégrant les mécanismes de dépôts/érosion en réseau pour les paramètres de production sélectionnés.

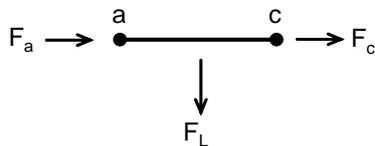
2.3.2 Singularité en ligne

On écrit que le flux polluant est conservé à travers la singularité :



$$F_c = F_a \quad (2.3.2)$$

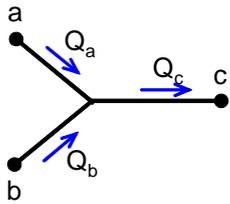
2.3.3 Maillage/dérivation



Le flux déversé entre a et c dépend des signes respectifs des débits s'écoulant en a et c. Dans le cas de la figure ci-dessus on écrit :

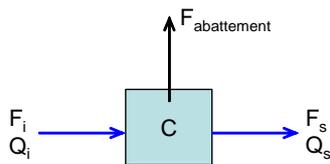
$$F_L = \frac{F_a \cdot Q_L}{Q_a} \quad (23.3)$$

2.3.4 Confluence



$$F_c = F_a + F_b \quad (23.4)$$

2.3.5 Bassin de stockage



L'équation de bilan dans le bassin s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (C \cdot V) = F_i - F_s - F_{abat} \quad (23.5)$$

F_{abat} est le flux de pollution éliminé par le bassin.

Deux hypothèses sont possibles :

- taux d'abattement de pollution τ donnée :

$$F_{abat} = \tau \cdot F_i$$

- sortie à concentration constante :

$$F_s = C_{s0} \cdot Q_s$$

$$F_{abat} = (C - C_{s0}) \cdot Q_s$$

3 EVOLUTION DE LA QUALITE DU MILIEU RECEPTEUR

3.1 FORMULATION DE BASE

On s'intéresse à l'évaluation des concentrations des paramètres de qualité après rejet des flux polluants dans un cours d'eau, en modélisant les mécanismes de transport par convection, dispersion/diffusion et réactions d'échanges physico-chimiques dans le volume d'eau.

La modélisation concerne les paramètres physico-chimiques interagissant avec l'oxygène dissous : DBO5, NH₄, NO₃, O₂.

La formulation diffère selon que la modélisation hydraulique est filaire ou bidimensionnelle.

3.1.1 Modélisation filaire

L'équation de base régissant l'évolution de la concentration C_i du paramètre, s'écrit sous forme différentielle :

$$\underbrace{\frac{\partial C_i}{\partial t} + u \frac{\partial C_i}{\partial x}}_{\textcircled{1}} = \underbrace{D \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2}}_{\textcircled{2}} + \underbrace{f(C_i, C_j \dots)}_{\textcircled{3}} \quad (3.1.1)$$

Trois mécanismes gouvernent l'évolution du paramètre C_i(x,y) :

- ① : transport par convection
- ② : transport par dispersion. Le coefficient D reflète surtout l'hétérogénéité du profil transversal de la vitesse u(x,t)
- ③ : réaction physique faisant intervenir les autres paramètres.

3.1.2 Modélisation bidimensionnelle

L'équation de base s'écrit :

$$\underbrace{\frac{\partial C_i}{\partial t} + u \frac{\partial C_i}{\partial x} + v \frac{\partial C_i}{\partial y}}_{\textcircled{1}} = \underbrace{D_x \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2}}_{\textcircled{2}} + \underbrace{f(C_i, C_j \dots)}_{\textcircled{3}} \quad (3.1.2)$$

On retrouve sous une forme modifiée les 3 groupes de termes présents dans l'équation filaire.

3.2 EQUATIONS D'AUTO-EPURATION

Les équations suivantes sont adaptées à partir de la formulation adoptée dans le programme MOKA'EAU développé par Hydratec.

Les équations d'évolution des différents paramètres sont les suivantes :

3.2.1 Equations le long d'un tronçon courant ou dans une maille

- DBO ultime non décantable [DBOU] :

$$\frac{d}{dt} [DBOU] = -K_1 [DBOU]$$

- Ammoniaque [NH₄⁺] :

$$\frac{d}{dt} [NH_4^+] = -K_{NR} [NH_4^+]$$

- Nitrates [NO₃⁻] :

$$\frac{d}{dt} [NO_3^-] = K_N \cdot \frac{62}{18} [NH_4^+] - \frac{62}{32} \cdot \frac{2}{3} \cdot C_d(O_2 < MinO_2)$$

- Oxygène dissous :

$$\frac{d}{dt} ([O_{2sat}] - [O_2]) = -K_2 ([O_{2sat}] - [O_2]) + K_1 [DBOU] + 2 \cdot \frac{32}{18} [NH_4^+] - C_d(O_2 < MinO_2)$$

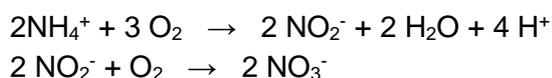
Avec :

- K₁ : vitesse d'oxydation dans la phase liquide,
- K₂ : coefficient d'oxygénation pour la surface libre,
- K_{NR} : vitesse de disparition de l'ammoniaque,
- K_N : vitesse de nitrification.

Le terme C_d(O₂ < MinO₂) est forfaitairement ajouté selon nécessité, pour maintenir un seuil minimum en oxygène dissous (MinO₂ fixé à 1,5 mg/l). Il correspond à une dénitrification (aussi appelé « respiration des nitrates ») tant que la concentration [NO₃⁻] le permet.

Si la concentration en nitrates est épuisée, la compensation de l'oxygène dissous est tout de même effectuée. Les cinétiques d'évolution de la DBO et de l'ammoniaque ne sont pas affectées.

Les coefficients figurant dans les équations ci-dessous résultent des réactions chimiques de transformation du NH₄, en tenant compte des masses molaires de l'oxygène [16 g] de l'azote [14 g] et de l'hydrogène [1 g] : les réactions chimiques du cycle de transformation de l'azote s'écrivent :



On admet dans cette formulation que la fraction décantable de la DBO va sédimenter rapidement et ne participe donc pas significativement à la consommation d'oxygène dissous,

et que, par ailleurs, la fraction déposée au fond ne consomme plus d'oxygène. Cette hypothèse est erronée car les dépôts frais consomment de l'oxygène. On corrige cette lacune en rentrant une valeur de fraction de DBO décantable plus faible que la valeur réelle.

3.2.2 *Prise en compte de la température*

Les vitesses sont définies par l'utilisateur pour la température conventionnelle de 20°C. La correction appliquée pour des températures différentes utilise des formules de type Phelps :

$$K_2 = 1,024^{(T-20)}$$

$$K_1 = 1,047^{(T-20)}$$

$$K_{NR} = 1,088^{(T-20)}$$

$$K_N = 1,096^{(T-20)}$$

3.2.3 *Précisions concernant la DBO5*

Les données et résultats concernant la DBO sont exprimés non en valeurs ultimes mais en DBO à 5 jours.

Dans la définition des données, la DBO est calculée de la manière suivante :

□ Cas des rejets polluants :

Pour les rejets, l'utilisateur spécifie un rapport $U = (DBOU + DBOUD) / DBO_5$, la valeur de U provenant en général d'essais normalisés et effectués en laboratoire.

On définit d'autre part $D_{dbo} = \text{fraction décantable de la DBO} = (DBOUD / (DBOU + DBOUD))$

On en déduit : $DBOU = DBO_5 \times U \times (1 - D_{dbo})$

D_{dbo} : fraction décantable de la DBO

U : DBO ultime / DBO à 5 jours

Les deux paramètres D_{dbo} et U sont fixés par l'utilisateur.

□ Cas des apports des affluents ou des apports amont du cours d'eau

Pour les eaux des affluents, il est nécessaire de tenir compte d'un bruit de fond attaché aux organismes présents dans l'eau et non aux pollutions. La DBO ultime est calculée en utilisant le paramètre K1 du bief considéré :

$$DBOU = (1 - D_{dbo}) \times (DBO_5 - BdF) / (1 - e^{-5K_1})$$

Dans les sorties du programme, les valeurs de DBO sont systématiquement traduites en DBO5 en utilisant le paramètre K_1 :

$$\text{DBO5 « non décantable »} = (\text{DBOU}) \times (1 - e^{-5K_1})$$

Attention donc : la chute brutale de DBO_5 entre l'entrée et la sortie du programme provient en partie de la définition du paramètre DBO_5 : en entrée la DBO_5 contenue dans les apports et les rejets est la DBO_5 totale, incluant la fraction décantable. En sortie la DBO_5 calculée dans le milieu récepteur est uniquement la part dissoute (non décantable) de la DBO_5

3.2.4 Réoxygénation avec un barrage

Deux possibilités ont été introduites dans le programme de calcul :

- **Loi de Gameson :**

$$\frac{([O_{2\text{sat}}] - [O_{2M}])}{([O_{2\text{sat}}] - [O_{2V}])} = F \cdot (1 + 0,38 \cdot a \cdot b \cdot H \cdot (1 - 0,11 \cdot H) \cdot (1 + 0,046 \cdot T))$$

avec :

T : température de l'eau

H : hauteur de chute

a : coefficient fonction de la pollution des eaux estimé dans les limites suivantes :

- 0,65 pour les fortes pollutions,
- 1,00 pour les pollutions modérées,
- 1,60 pour les pollutions faibles,
- 1,80 en eau propre

b : coefficient fonction des caractéristiques hydrauliques de la chute estimé entre 1 et 1,3

F : coefficient de calage global pour l'utilisateur

$[O_{2M}]$: concentration en O_2 dissous à l'amont du barrage

$[O_{2V}]$: concentration en O_2 dissous à l'aval du barrage.

- **Loi dite du « R15 » introduite par l'AESN dans KALITO :**

$$\text{Ln} \left(\frac{[O_{2\text{sat}}] - [O_{2V}]}{[O_{2\text{sat}}] - [O_{2M}]} \right) = \text{Ln} (R15) \cdot G^{(T-15)}$$

avec :

R15 : valeur du coefficient de réoxygénation à 15°C

G : paramètre autour de 1 utilisé pour la correction de température.

3.2.5 Rejet de NH₄

Les rejets polluants azotés sont généralement exprimés en NTK. La conversion en NH₄⁺ doit être faite par l'utilisateur. Elle s'écrit :

$$[\text{NH}_4^+] = \frac{7}{10} [\text{NTK}].$$

3.2.6 Récapitulation des données à renseigner pour résoudre les équations d'autoépuration

□ Données générales

Paramètre	définition	Unités	Valeur par défaut
Tp	Température de l'eau	°Celsius	20
Min O2	Valeur plancher autorisée pour l'oxygène dissout	mg/l	1.5
K1	Constante de biodégradation de la DBO ₅	J ⁻¹	0.2
K2	Constante de réoxygénation de l'eau par la surface libre	J ⁻¹	0.45
KNR	Constante de biodégradation de l'ammoniaque	J ⁻¹	0.09
KN	Constante de nitrification de l'ammoniaque	J ⁻¹	0.035
BdF	« bruit de fond » de la DBO ₅ en rivière généré par l'activité des micro-organismes et des algues	mg/l	1.5

Note : si la valeur de K2 est négative, son calcul est affiné à l'aide de la formule suivante (Bennet et Rathbun) :

$$K_2 = |K_2| \times 5.365 \times \frac{U^{0.675}}{H^{1.865}}$$

□ Données d'apports

Un point d'apport est défini par un hydrogramme total subdivisé en :

- un hydrogramme de temps sec,
- un hydrogramme ruisselé.

A chacun de ces hydrogrammes sont associées 4 concentrations définies par l'utilisateur : C_{dbo5}, C_{O2}, C_{nh4}, C_{no3}.

Il faut de plus définir le type d'apport : rejet ou affluent.

- Si c'est un rejet il faut définir : D_{dbo} et U.
- Si c'est un affluent il faut définir : D_{dbo}.

3.3 EQUATIONS POUR LES AUTRES PARAMETRES

3.3.1 *Matières en suspension*

$$\text{MES non décantables : } \frac{d}{dt} [MES] = 0$$

$$\text{MES décantables : } \frac{d}{dt} [MES_d] = -\frac{V_c}{H} \times MES_d$$

$$\text{MES déposées au fond : } \frac{d}{dt} [MES_p] = V_c \times MES_d$$

MES et MES_d sont exprimées en g/l,
 MES_p est exprimé en kg/m².

3.3.2 *Paramètre additionnel*

$$\frac{d}{dt} [Ad] = -K_{ad} \times Ad$$

Ad peut être une concentration en coliformes. K_{ad} est la vitesse de disparition associée.

4 METHODE GENERALE DE RESOLUTION

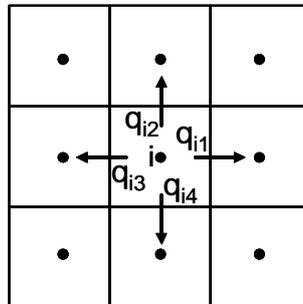
La méthode retenue s'appuie sur deux principes :

- › elle respecte très précisément les schémas de discrétisation retenus dans l'étape de calcul hydraulique;
- › les équations de modélisation de la qualité sont fractionnées de façon à faire apparaître trois systèmes résolus séquentiellement.

L'application de ces deux principes permet d'agréger toutes les équations de transport dans une même architecture de résolution : les équations de transport en réseau et les équations régissant les paramètres de qualité dans un cours d'eau peuvent tout à fait coexister au sein d'un même modèle couplant réseau et cours d'eau. En pratique cette solution techniquement possible n'est cependant pas mise en œuvre car les temps de réponse des phénomènes auxquels on s'intéresse sont différents en réseau et en rivière. Il est préférable de calculer les flux polluants rejetés à l'aide d'un modèle de réseau, puis de calculer l'évolution spatiotemporelle des paramètres de qualité à l'aide d'un modèle fluvial, alimenté en pollutogrammes par le modèle de réseau.

4.1 DISCRETISATION DES EQUATIONS : DOMAINE SURFACIQUE

4.1.1 Réécriture des équations de bilan



Les inconnues sont les concentrations moyennes au centroïde de chaque cellule surfacique. L'équation posée à chaque nœud de calcul est de la forme :

$$\frac{dM_i}{dt} = \sum_j F_{ij}^C + \sum_j F_{ij}^D + f(M_i^{P1}, M_i^{P2}, \dots) \quad (41.1)$$

- M_i : masse polluante dans la cellule i
- F_{ij}^C : flux échangé par convection entre la cellule i et les cellules voisines
- F_{ij}^D : flux échangé par diffusion entre la cellule i et les cellules voisines
- f : échange de flux massique avec les autres paramètres à l'intérieur de la cellule i .

l'équation (42.1) est décomposée en 3 équations :

- › équation de convection-réaction physico-chimique

$$\frac{dM_i^C}{dt} = \sum_j F_{ij}^C \quad (41.2)$$

- › équation de diffusion

$$\frac{dM_i^D}{dt} = \sum_j F_{ij}^D \quad (41.3)$$

$$\frac{dM_i}{dt} = f(M_i^{P1}, M_i^{P2}, \dots) \quad (41.3b)$$

La démarche est la même que dans le domaine 1D :

- L'étape 1 de calcul de convection est effectuée d'abord : on obtient en fin de cette étape les concentrations aux centroïde de chaque cellule.

- L'étape 2 de calcul de diffusion est effectuée ensuite.
- L'étape 3 de calcul des réactions chimique est effectuée en dernier : on obtient en fin de cette étape les nouvelles concentrations au centroïde de chaque cellule.

4.1.2 Equation de convection

$$\frac{d(VC_i)}{dt} = \sum_j q_{ij}(n+1) \cdot (C_{\alpha j} + \Delta C_{\alpha j}) + f \quad (41.4)$$

L'indice αj dépend du sens d'écoulement du débit q_{ij}

- si q_{ij} est orienté dans le sens $i \rightarrow j$: $C_{\alpha j} = C_i$
- si $q_{\alpha j}$ est orienté dans le sens $j \rightarrow i$: $C_{\alpha j} = C_j$

V = volume d'eau dans la cellule i :

$$\frac{d(VC_i)}{dt} = V \cdot \frac{dC_i}{dt} + C_i \cdot \left(S \cdot \frac{dz}{dt} \right)$$

S = surface au miroir dans la cellule i .

L'équation (42.4) peut s'écrire sous la forme :

$$\Delta C_i = \sum_j \beta_j^C \cdot \Delta C_j + \gamma_i^C \quad (41.5)$$

où les coefficients β_j et γ_i sont tous exprimés au temps t_n .

Les termes de flux entre cellules sont exprimés dans la forme :

$$\begin{aligned} q_{ij} > 0 & : F_{ij}^C(n+1) = q_{ij}(n+1) \cdot \Delta C_i + q_{ij} \cdot C_i \\ q_{ij} < 0 & : F_{ij}^C(n+1) = q_{ij}(n+1) \cdot \Delta C_j + q_{ij} \cdot C_j \end{aligned} \quad (41.6)$$

4.1.3 Equation de diffusion

$$\frac{dM_i^D}{dt} = \sum_j D_{ij} \cdot \left(\frac{C_i + \Delta C_i - C_j - \Delta C_j}{dx_{ij}} \right) \quad (41.7)$$

dx_{ij} = distance entre les barycentres des cellules i et j

L'équation (41.7) peut se mettre sous la forme :

$$\Delta C_i^D = \sum_j \beta_j^D \cdot \Delta C_j + \gamma_i^D \quad (41.8)$$

Les termes de flux échangés par diffusion sont exprimés sous la forme :

$$F_{ij}^D(n+1) = \frac{D_{ij} \cdot \Delta C_i}{dx_{ij}} - \frac{D_{ij} \cdot \Delta C_j}{dx_{ij}} + \frac{D_{ij} \cdot (C_i - C_j)}{dx_{ij}} \quad (41.9)$$

4.1.4 Équations de réaction chimique

Les équations sont traitées dans chaque maille. Le système 41.3b est discrétisée comme suit :

$$\frac{\Delta C_i}{dt} = f_i(C_j, C_k) + K_{ij} \times \Delta C_j \quad \text{où} : \quad K_{ij} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial C_j} \right]$$

Sous forme matricielle :

$$M \Delta C = f \quad \text{où} : \quad M_{ij} = \frac{1}{dt} - K_{ij}$$

4.2 DISCRETISATION DES EQUATIONS : DOMAINE FILAIRE

La démarche est exactement la même que pour le domaine surfacique, car le principe de discrétisation d'un tronçon filaire est le même que pour un maillage 2d : à chaque tronçon est associé une concentrations, un tronçon est assimilé à une maille allongée comme illustré ci-dessous :



4.3 FORMATION D'UN SYSTEME MATRICIEL GLOBAL ET RESOLUTION

4.3.1 étape 1 : convection

Le système global des concentrations aux nœuds de calcul est formé en satisfaisant la continuité du flux calculé pour chaque élément 1D et pour chaque liaison : équations (42.6).

Le système global à résoudre ne fait intervenir que la concentration à chaque nœud : il est formé de la contribution de tous les systèmes matriciels locaux et se présente sous la forme :

$$[K^C] \{ \Delta C^C \} = f^C$$

où

$[K]$ est une matrice carrée de rang $n \times n$
 $\{\Delta C\}$ est le vecteur de variation de concentration aux nœuds.

$[K^C]$ a la même structure en lignes de ciel que la matrice globale formée pour le calcul des cotes. Ceci est mis à profit dans le code pour toute l'architecture de connectivité et d'adressage interne.

Par ailleurs, les équations de transport étant linéaires par rapport à la variable concentration, la matrice $[K]$ est la même pour tous les paramètres de pollution/qualité.

Cette propriété est mise à profit dans le code pour résoudre le système matriciel (43.1) sous la forme :

$$[K^C] \{\Delta C_{P1}^C \dots \Delta C_{Pn}^C\} = \{f^1 \dots f^n\} \quad (43.2)$$

La matrice $[K]$ est factorisée sous la forme $K = LU$ une seule fois et on opère autant de « back substitutions » qu'il y a de vecteurs dans le membre de droite, c'est-à-dire de paramètres de pollution. Cette procédure permet de réaliser un gain de temps de calcul précieux.

Après calcul des variables incrémentales $\{\Delta C_p^C\}$, on obtient les nouvelles concentrations $\{C_p^C\}$ au nœud de calculs au temps t_{n+1} .

4.3.2 Etape 2 : diffusion - dispersion

Les équations (42.9) sont utilisées pour satisfaire la continuité du flux entre les différents éléments participant aux échanges par dispersion.

On obtient un système global de la forme :

$$[K^D] \{\Delta C^D\} = f^D \quad (43.4)$$

Où $[K^D]$ est une matrice carrée ayant la même architecture de lignes de ciel que la matrice $[K^C]$.

Les termes de la matrice K^D et du vecteur f^D sont formés par les concentrations moyennes à l'intérieur de chaque cellule et chaque élément, calculés à l'instant t_{n+1} à l'issue de l'étape de calcul de convection.

La résolution de (43.4) utilise la même méthode que pour le système (43.1). Après calcul, on dispose des concentrations $\{C\}^P$ de tous les paramètres au temps t_{n+1} , tenant compte de l'ensemble des mécanismes : convection, réaction, diffusion-dispersion.

4.3.3 Etape 3 : réaction chimique

Les équations sont locales : elles sont résolues dans chaque élément.

4.3.4 Conditions initiales

L'établissement des conditions initiales nécessite de faire tourner les modèles en régime transitoire, car au démarrage de calculs, les concentrations sont supposées nulles partout. Ce temps d'établissement, qui correspond environ au temps de réponse hydrologique et hydraulique du modèle global, peut en pratique être éliminé en utilisant la procédure de démarrage à chaud offerte dans HYDRA, tout du moins pour toutes les simulations fondées sur les mêmes conditions initiales de régime établi.

4.4 PERFORMANCES DE LA METHODE UTILISEE

La méthode décrite ci-dessus possède les mêmes avantages que celle mise en œuvre pour l'étape de calcul hydraulique :

- elle est inconditionnellement stable, car elle met en œuvre des schémas implicites de discrétisation temporelle,
- la structure de résolution est la même pour toutes les étapes de calcul : hydraulique, transport par convection, transport par diffusion. Elle intègre par ailleurs tous les schémas de modélisation : filaire, casier, bidimensionnelle,
- cette structure est enfin optimisée vis-à-vis du temps de calcul. Les temps de calcul ne sont pas notablement affectés par le nombre de paramètres de pollution modélisés simultanément.